e quindi

$$l'x' + m'y' + n't = o_9$$

risultato il quale c'insegna che la linea in discorso non è altro che la linea di stringimento. Dunque :

La linea di stringimento d'una superficie rigata avente tutte le generatici egualmente inclinate rispetto ad un piano fisso è la linea di contatto fra questa superficie e la superficie cilindrica normale al piano ed involgente la superficie data.

Reciprocamente :

Se la linea di contatto fra una superficie gobba ed una superficie cilindrica involgente è la linea di stringimento della prima superficie, le generatici di questa sono tutte ugualmente inclinate rispetto a quelle della seconda.

Infatti se si suppone | variabile e si considera come direttrice la stessa linea di stringimento, cioè si pone x, = o, si ottiene al posto della terza equazione (37) la seguente :

[(£r f cos 9 -j- v)j sen 9) cos | — £x' sen 1] *V* =. (^ sen 9 — Y]'x cos 9) 9' sen ^ ,

e quindi, in virtù della seconda equazione (37), che rimane invariata, e della £t' = cos(X -|~ 9), l'equazione (38) diventa

V sen 6 = *v* 9'* sen² *1.*

Ora la linea di contatto della superficie trasformata colla superficie cilindrica deve, per ipotesi, coincidere colla direttrice, cioè colla *v* = o, dunque Vsen 6 = o. Se la superficie non è sviluppatale, sen 6 non può essere nullo, dunque bisogna che si abbia *V* = o, cioè *"X* = cost.

Del resto queste proprietà si possono rendere evidenti per mezzo di facili considerazioni geometriche.

Infatti quando due rette concorrenti in un punto dello spazio sono egualmente inclinate rispetto ad un piano fisso è chiaro che, proiettando su questo piano la normale comune condotta ad esse dal loro punto d'intersezione si ottiene una retta che divide in due parti eguali l'angolo formato dalle projezioni delle due rette. Di qui risulta che se due rette infinitamente vicine e non situate in un medesimo piano fanno lo stesso angolo con un piano fisso, la direzione della loro minima distanza deve pro-jettarsi su questo piano parallelamente alla bisettrice dell'angolo infinitesimo formato dalle projezioni delle due rette. Ora la lunghezza della minima distanza essendo infinitamente piccola, anche la sua projezione deve esser tale e quindi, avuto riguardo alla direzione che prende questa projezione, è chiaro che le projezioni dei piedi della minima distanza anzidetta debbono cadere sulle projezioni delle due rette, in punti infinitamente vicini all'intersezione di queste due projezioni.